

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 6 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2015

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου, να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

i) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ ii) $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ και $\sigma\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$ (4 + 2μ.)

- B)** i) Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; (3μ.)
ii) Πότε μία συνάρτηση f παρουσιάζει ολικό μέγιστο σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της; (3μ.)
iii) Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται περιττή; (3μ.)

- Γ)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
1. Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και έχει ρίζα τον αριθμό 1, τότε ισχύει $f(0) < 0$.
 2. Αν η f είναι γνησίως μονότονη και διέρχεται από τα σημεία $A(2015,2016)$ και $B(1,2)$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα.
 3. Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης είναι ίση με 1, τότε η εξίσωση $f(x) = 2$ είναι αδύνατη.
 4. Υπάρχει γωνία ω με $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 2$.
 5. Για κάθε γωνία ω ισχύει ότι $\eta\mu\omega = \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega}$ (10μ.)

ΘΕΜΑ 2^ο

A) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η συνάρτηση $f(x) = (|2\lambda - 9| - 3)x - 7$ να είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} . (6μ.)

B) Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων, να εξετάσετε αν είναι άρτιες ή περιττές.

i) $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^3 - 9x}$ ii) $g(x) = \frac{|x+1| + |x-1|}{\sqrt{25-x^2}}$ (12μ.)

Γ) Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = 2x^2 - 4x + 7$, $x \in \mathbb{R}$.
Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της C_φ κατά 4 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 5 μονάδες προς τα πάνω. (7μ.)

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Δίνεται η παράσταση $A = \eta\mu \frac{10\pi}{3} \cdot \epsilon\varphi \frac{37\pi}{6} - \sigma\upsilon\nu \frac{34\pi}{3} \cdot \sigma\varphi \frac{49\pi}{4}$. Να αποδείξετε ότι $A = 0$. (7μ.)

B) Δίνεται η εξίσωση $6\eta\mu^2 x + \eta\mu x - 1 = 0$, $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

i) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$ (6μ.)

ii) Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x . (4μ.)

Γ) Δίνεται η παράσταση $B = \frac{\eta\mu^2 \left(-\frac{17\pi}{2} + \omega\right) + \sigma\upsilon\nu^2 \left(\frac{45\pi}{2} + \omega\right)}{\sigma\varphi \left(\frac{21\pi}{2} - \omega\right) \cdot \epsilon\varphi \left(\frac{63\pi}{2} - \omega\right)}$. Να αποδείξετε ότι $B = 1$. (8μ.)

ΘΕΜΑ 4^ο

A) Να αποδείξετε ότι:

i) $\frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu\theta} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\theta}{\eta\mu\theta} = \frac{2}{\eta\mu\theta}$ ii) $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \epsilon\varphi x} + \frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\varphi x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$ (10μ.)

B) Αν $\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{4}{3}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $K = \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$ (7μ.)

Γ) Δίνεται η περιττή συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, με πεδίο ορισμού $A = [4\alpha - \alpha^2, 6 - 3\alpha]$. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $B(2, -4)$, τότε:

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -2$. (4μ.)

ii) Να υπολογίσετε την παράσταση $\Lambda = \sqrt{f(-2) + f(0) + f(-\sqrt{32}) + f(4\sqrt{2})}$ (4μ.)